第13講・根号をふくむ式の乗法・除法

例題 1　$\sqrt{a}$ の形にする変形

ポイント

● $a\sqrt{b}$ を $\sqrt{}$ だけの形に変形する計算 →$\sqrt{}$ の外にある整数の部分を 2 乗して $\sqrt{}$ に直す

$a>0$，$b>0$ のとき，

① $a\sqrt{b}=\sqrt{a^2}\times\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$

② $\dfrac{\sqrt{a}}{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b^2}}=\sqrt{\dfrac{a}{b^2}}$

（例）$2\sqrt{3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{12}$

問題

次の数を変形して，$\sqrt{a}$ の形にしなさい。

(1)　$4\sqrt{5}$

(2)　$\dfrac{\sqrt{12}}{2}$

解答

(1)　$4\sqrt{5}=\sqrt{16}\times\sqrt{5}$

$=\sqrt{16\times5}$

$=\boldsymbol{\sqrt{80}}$　…(答)

(2)　$\dfrac{\sqrt{12}}{2}=\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{4}}$

$=\sqrt{\dfrac{12}{4}}$

$=\boldsymbol{\sqrt{3}}$　…(答)

MEMO

確認テスト 1

次の数を変形して，$\sqrt{a}$ の形にしなさい。

(1)　$3\sqrt{7}$

(2)　$\dfrac{\sqrt{80}}{4}$

例題 2　$\sqrt{}$ の中を簡単な数にする変形

ポイント

● $\sqrt{}$ だけの式を $a\sqrt{b}$ の形に変形する計算 →$\sqrt{}$ の中で 2 乗の数をみつけて，$\sqrt{}$ の外に出す

$a>0$，$b>0$ のとき，

①　$\sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$

②　$\sqrt{\dfrac{a}{b^2}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b^2}} = \dfrac{\sqrt{a}}{b}$

問題

次の $\sqrt{}$ の中を，できるだけ簡単な数にしなさい。

(1)　$\sqrt{45}$

(2)　$\sqrt{432}$

(3)　$\sqrt{\dfrac{19}{49}}$

解答

(1)　$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5}$

$= \sqrt{9} \times \sqrt{5}$

$= \mathbf{3\sqrt{5}}$　**…(答)**

MEMO

(2) $\sqrt{432} = \sqrt{4^2 \times 3^2 \times 3}$

$= \sqrt{4^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{3}$

$= 4 \times 3 \times \sqrt{3}$

$= \mathbf{12\sqrt{3}}$ **・・・(答)**

(3) $\sqrt{\dfrac{19}{49}} = \dfrac{\sqrt{19}}{\sqrt{49}}$

$= \dfrac{\mathbf{\sqrt{19}}}{\mathbf{7}}$ **・・・(答)**

(2))432
)
)
)
)
)

確認テスト 2

次の $\sqrt{}$ の中を，できるだけ簡単な数にしなさい。

(1) $\sqrt{28}$

(2) $\sqrt{216}$

(3) $\sqrt{\dfrac{7}{64}}$

例題 3 分母の有理化

ポイント

● 分母の有理化 ： 分母に $\sqrt{}$ がない形に変形すること

$a > 0$，$b > 0$ のとき，

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

分母の $\sqrt{b}$ を，分母と分子の両方にかける

問題

次の数の分母を有理化しなさい。

(1) $\dfrac{5}{\sqrt{6}}$

(2) $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$

(3) $\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{18}}$

解答

(1) $\dfrac{5}{\sqrt{6}} = \dfrac{5 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}}$

$= \mathbf{\dfrac{5\sqrt{6}}{6}}$ **…(答)**

(2) $\dfrac{6}{\sqrt{3}} = \dfrac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$

$= \dfrac{6\sqrt{3}}{3}$

$= \mathbf{2\sqrt{3}}$ **…(答)**

(3) $\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{18}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{9 \times 2}}$

$= \dfrac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{2}}$

$= \dfrac{2\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$

$= \dfrac{2\sqrt{10}}{6}$

$= \mathbf{\dfrac{\sqrt{10}}{3}}$ **…(答)**

MEMO

確認テスト 3

次の数の分母を有理化しなさい。

(1) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

(2) $\dfrac{4}{\sqrt{2}}$

(3) $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}}$

例題 4　根号をふくむ式の乗法・除法

問題

次の計算をしなさい。

(1) $3\sqrt{2} \times 2\sqrt{15}$

(2) $5\sqrt{14} \times (-2\sqrt{7})$

(3) $12\sqrt{6} \div 6\sqrt{2}$

ポイント

● 整数をふくむ $\sqrt{}$ のかけ算・わり算 → $\sqrt{}$ の中どうし，$\sqrt{}$ の外どうしでそれぞれ計算

解答

(1)
$$3\sqrt{2} \times 2\sqrt{15} = 3 \times 2 \times \sqrt{2 \times 15}$$
$$= \mathbf{6\sqrt{30}} \quad \cdots\text{(答)}$$

(2)
$$5\sqrt{14} \times (-2\sqrt{7}) = 5 \times (-2) \times \sqrt{14} \times \sqrt{7}$$
$$= -10 \times \sqrt{14 \times 7}$$
$$= -10 \times \sqrt{2 \times 7 \times 7}$$
$$= -10 \times \sqrt{7^2 \times 2}$$
$$= -10 \times 7 \times \sqrt{2}$$
$$= \mathbf{-70\sqrt{2}} \quad \cdots\text{(答)}$$

(3)
$$12\sqrt{6} \div 6\sqrt{2} = 12\sqrt{6} \times \frac{1}{6\sqrt{2}}$$
$$= \frac{12\sqrt{6}}{6\sqrt{2}}$$
$$= \frac{12}{6} \times \sqrt{\frac{6}{2}}$$
$$= \mathbf{2\sqrt{3}} \quad \cdots\text{(答)}$$

MEMO

確認テスト 4

次の計算をしなさい。

(1)　$-2\sqrt{3} \times 4\sqrt{11}$

(2)　$3\sqrt{21} \times 2\sqrt{7}$

(3)　$-4\sqrt{10} \div 2\sqrt{5}$

例題 5　平方根の近似値

問題

$\sqrt{5} = 2.236$，$\sqrt{50} = 7.071$ として，次の値を求めなさい。

(1)　$\sqrt{45}$

(2)　$\sqrt{5000}$

(3)　$\sqrt{0.5}$

(4)　$\dfrac{5}{2\sqrt{5}}$

ポイント

● ある $\sqrt{\ }$ の値が与えられている計算
　→ 与えられた近似値を使って計算するために，$\sqrt{\ }$ の中の数を整理

解答

(1)　$\sqrt{45} = \sqrt{3^2 \times 5}$
　　　$= 3\sqrt{5}$

$\sqrt{5} = 2.236$ を代入して
3×2.236
$=$ **6.708**　･･･(答)

(2)　$\sqrt{5000} = \sqrt{100 \times 50}$
　　　$= 10\sqrt{50}$

$\sqrt{50} = 7.071$ を代入して
10×7.071
$=$ **70.71**　･･･(答)

MEMO

(2)　$\sqrt{5000} = \sqrt{1000} \times \sqrt{5}$

(3)　$\sqrt{0.5} = \sqrt{\dfrac{50}{100}}$

$= \dfrac{\sqrt{50}}{10}$

$\sqrt{50} = 7.071$ を代入して

$\dfrac{7.071}{10} = \mathbf{0.7071}$　…(答)

(4)　$\dfrac{5}{2\sqrt{5}} = \dfrac{5 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$

$= \dfrac{5\sqrt{5}}{10}$

$= \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

$\sqrt{5} = 2.236$ を代入して

$\dfrac{2.236}{2} = \mathbf{1.118}$　…(答)

(3)　$\sqrt{0.5} = \sqrt{\dfrac{5}{10}}$

確認テスト 5

$\sqrt{2} = 1.414$，$\sqrt{20} = 4.472$ として，次の値を求めなさい。

(1)　$\sqrt{18}$

(2)　$\sqrt{2000}$

(3)　$\sqrt{0.02}$

(4)　$\dfrac{2}{7\sqrt{2}}$